

## 磁悬浮系统的电流控制方法

张东升<sup>1</sup>, 梅雪松<sup>1,2</sup>, 郝晓红<sup>1</sup>, 姜歌东<sup>1</sup>, 陶涛<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

**摘要:** 为了提高磁悬浮系统的响应速度与响应精度, 综合时间最优控制、变结构控制及系统辨识理论, 设计了三步电流控制法, 即采用时间最优控制来获得电流最快速响应。根据跟踪误差, 采用变结构控制来精确地跟踪理想电流, 最后在线辨识得到线圈参数并计算出维持理想电流的最终控制电压。同时, 推导了电流响应速度与控制系统硬件的约束关系。磁悬浮小球电流跟踪、阶跃响应以及幅频特性的实验表明, 该算法能使系统在最短时间内精确地响应输入电流, 不仅增加了系统带宽, 改善了系统性能, 而且还可以应用到其他电流控制场合。

**关键词:** 磁悬浮; 时间最优控制; 变结构控制; 在线辨识

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)09-1096-05

## Current Control Method for Magnetic Suspension System

Zhang Dongsheng<sup>1</sup>, Mei Xuesong<sup>1,2</sup>, Hao Xiaohong<sup>1</sup>, Jiang Gedong<sup>1</sup>, Taotao<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Based on time optimal control, variable structure control and online identification theory, a three-step current control algorithm is developed to improve the response speed and precision of the magnetic suspension actuator, i. e., adopting time optimal control approach to track the current as quickly as possible. The ideal current can be obtained with the variable structure control strategy according to the tracking error, and the control voltage keeping the setting current can be determined on the basis of the coil parameters from online identification. The constraint relations of the system hardware and the current response are also derived. The current tracking, step response and amplitude frequency characteristics experiments of the magnetic suspension ball demonstrate that the magnetic suspension system enables to respond to the input current in the shortest time with the proposed algorithm, and the bandwidth is expanded to improve the system.

**Keywords:** magnetic suspension; time optimal control; variable structure control; online identification

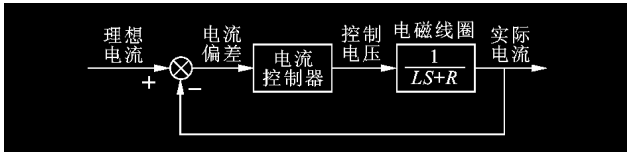
磁悬浮系统通常应用于高速高精度定位和运动控制且开环不稳定<sup>[1-2]</sup>的情况下, 因此对其线圈绕组的电流响应速度与精度要求很高<sup>[3]</sup>。线圈自感是阻止电流快速响应以及限制系统带宽最重要的因素, 而且线圈参数会随着线圈发热产生变化, 影响电流的跟踪精度<sup>[4]</sup>。为了改善电流响应性能, 文献[5]采

用有限拍算法来加快电流响应, 并引入参数辨识思想对电机绕组参数进行在线估计, 虽然可保证控制器性能不受参数变化的影响, 但没有论证控制系统硬件对电流响应时间的约束以及由此产生的影响。文献[6]在磁悬浮列车中对电流环采用时间最优控制, 由此产生的电流跟踪误差则采用PI算法来校

正,但PI算法控制动态的响应速度较慢<sup>[7-8]</sup>.本文综合了时间最优控制<sup>[6]</sup>、变结构控制<sup>[9]</sup>以及系统的辨识理论<sup>[10]</sup>,提出了一种新方法——三步法,来克服自感以及线圈参数漂移对电流响应的影响,使得系统能在最短时间内高精度地跟踪设定电流.磁悬浮小球电流响应实验、阶跃响应实验和幅频特性实验验证了使用三步法能够极大地提高系统的响应速度和精度,并增加了系统对参数漂移的鲁棒性.

## 1 三步法原理

如图1所示,三步法原理为:①采用最优控制电压 $U^*$ ,使电流以最大响应速度输入,并计算下个采样周期的电流值;②当电流接近理想值时,根据跟踪误差计算新的 $U^*$ 来执行控制;③精确到达理想电流后, $U^*$ 根据在线辨识获得的线圈阻值换接到 $U^* = Ri$ ,以维持理想电流.



$L$ :电感; $R$ :电阻; $S$ :传递函数的复变量

图1 磁悬浮电流控制原理

### 1.1 电流响应时间的最优控制

电磁线圈模型为

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U \quad (1)$$

式中: $U$ 为控制电压.假设当前电流为 $i_0$ ,当位置环控制器计算出理想电流 $i_1$ 后,如何调整 $U$ 使电流在最短时间内从 $i_0$ 转移到 $i_1$ ,这是时间最优控制问题,其表述为:式(1)在约束条件 $U_{c,\min} < U < U_{c,\max}$ 下,满足边界条件 $i(0) = i_0$ , $i(t_1) = i_1$ ( $t_1$ 不固定),使得性能泛函

$$J = \int_0^{t_1} dt$$

最小,设哈密尔顿函数为

$$H = -1 - \lambda(t) \frac{R}{L} i + \lambda(t) \frac{1}{L} U \quad (2)$$

式中: $\lambda(t)$ 为拉格朗日乘子,其伴随方程为

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial i} = \frac{R}{L} \lambda \quad (3)$$

由于 $t_1$ 不固定,根据Euler方程可得

$$H_{t_1} = 0 \quad (4)$$

根据最大值原理,由式(3)可知

$$U^* = \begin{cases} U_{c,\min}, & \lambda < 0 \\ U_{c,\max}, & \lambda > 0 \end{cases} \quad (5)$$

伴随方程式(4)的解为

$$\lambda(t) = ce^{Rt/L} \quad (6)$$

显然 $c$ 不可能为0,否则 $\lambda$ 为0会导致 $H = -1$ ,与式(4)相矛盾, $\lambda$ 只能大于0或小于0,因此导致 $U^*$ 也只能为 $U_{c,\max}$ 或 $U_{c,\min}$ .当 $i_1 > i_0$ 时, $U^*$ 应该为 $U_{c,\max}$ (电流快速上升),当 $i_1 < i_0$ 时, $U^*$ 应该为 $U_{c,\min}$ (电流快速下降),中间无须换接,这与式(5)和式(6)的结论也是相一致的.

把 $U^*$ 代入式(1),得到

$$i(t) = i^* + (i_0 - i^*)e^{-Rt/L} \quad (7)$$

$$i^* = U^* / R$$

电流从 $i_0$ 转移到 $i_1$ 所需的时间为

$$t = -\frac{L}{R} \ln\left(\frac{i_1 - i^*}{i_0 - i^*}\right) \quad (8)$$

从式(8)中可以看出,调整时间与电流的调整范围有关,电流调整范围越小所需时间越短.直观上时间的最优控制应工作在电流响应曲线斜率最大的地方,即响应曲线的起始阶段,这与式(8)也是相符合的.

### 1.2 电流响应的精度校正

由于追求时间最优会使电流响应曲线工作在斜率最大处,因此会导致电流变化太快,造成电流在一个采样周期内变化太大,从而降低了电流的跟踪精度.采取以下方法来解决这个问题.

(1)减小采样周期会增加控制系统硬件成本且放大噪声效应,而在高精度控制场合即使减小采样周期也可能无法满足要求.

(2)根据变结构控制原理,修正控制电压以减小电流变化率.现以电流下降过程为例,分析其控制算法.在 $U^* = U_{c,\min}$ 过程中,根据式(7)计算下一个采样周期的电流值,如果结果小于 $i_1$ ,则修正 $U^* = \hat{U}^*$ ,以减小电流降速提高跟踪精度.

将式(7)离散化,得到修正后的控制电压

$$\hat{U}^* = \left[ i_1 + \frac{e^{-RT/L}}{1 - e^{-RT/L}} \delta \right] R \quad (9)$$

式中: $T$ 为采样周期; $\delta$ 为跟踪误差.

使用修正后的 $\hat{U}^*$ 且作用在线圈两端,可使电流在一个采样周期内精确到达 $i_1$ ,且电流上升过程与下降过程相同.另一方面,此时系统并没有达到稳态,所以电流在到达 $i_1$ 后并不能保持稳定,由于存在附加约束,因此这种情况在其他最优控制问题中并不存在.在电梯时间的最优控制中,正是刹车装置的存在使得不须担心最终控制量为0,从而导致了电梯失稳.由于磁悬浮系统不存在机械接触,因而

没有附加约束,因此必须在电流到达  $i_1$  后增加一次换接,使  $U^*$  从式(9)换接到  $U^* = Ri_1$ ,使电流能够保持在  $i_1$  上.

### 1.3 线圈参数在线辨识

$L$  和  $R$  的实际值可以使用基于先验信息的在线辨识算法得到,然后根据辨识结果即可计算出控制电压.

设电流环采样周期为  $T$ ,采用后向差分对式(1)作离散化处理,得到

$$i_{(k)} + ai_{(k-1)} = bu_{(k-1)} \quad (10)$$

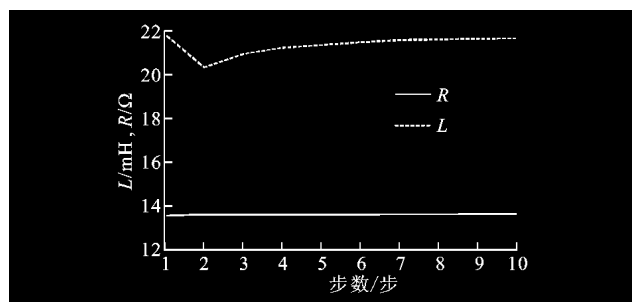
$$\left. \begin{aligned} a &= -L/(L+RT) \\ b &= T/(L+RT) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在线辨识的递推算算法为

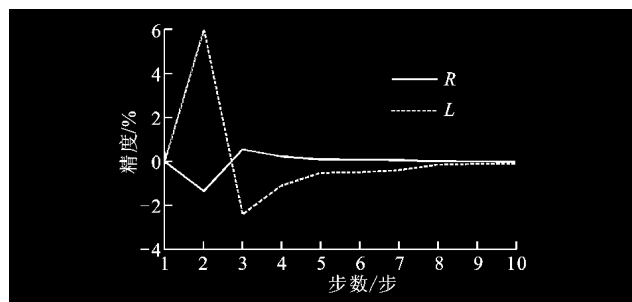
$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_{(k)} &= \hat{\theta}_{(k-1)} + K_{(k)} [i_{(k)} - h_{(k)} \hat{\theta}_{(k-1)}] \\ K_{(k)} &= P_{(k-1)} h_{(k)} \left[ h_{(k)}^T P_{(k-1)} h_{(k)} + \frac{1}{\Lambda_{(k)}} \right]^{-1} \\ P_{(k)} &= [I - K_{(k)} h_{(k)}^T] P_{(k-1)} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中:  $\hat{\theta}_{(k)}$  表示估计值;  $h_{(k)} = [-i_{(k-1)}, U_{(k-1)}]$  表示当前数据样本;  $\Lambda_{(k)}$  为加权因子. 由于阻值变化率相对于采样速率可以忽略不计,因此取  $1/\Lambda_{(k)} = 1$ ,即所有采样数据都是等同加权的.

现以无铁心线圈为例,常温下的  $R=12.1 \Omega$ ,  $L=21.6 \text{ mH}$ ,通  $1 \text{ A}$  电流  $10 \text{ min}$  后,根据常温下参数的先验信息进行在线辨识,结果为  $R=13.615 \Omega$ ,  $L=21.620 \text{ mH}$ ,可见电阻变化较大而自感几乎没有变化. 辨识过程如图 2 所示.



(a) 辨识结果



(b) 辨识精度

图2 线圈参数的在线辨识过程

从图 2 中可以看出,对于  $R$  只需辨识 3 步,其精度即达到  $0.1048\%$ ,但  $L$  则需 7 步其辨识精度才能达到  $0.1417\%$ ,而  $L$  在磁悬浮系统工作过程中几乎不发生变化,因此不用考虑. 如果不采用先验信息,其辨识过程需要 10 步以上,而高收敛速度及辨识精度对于时间最优控制是非常必要的.

## 2 控制系统对电流响应的约束

从式(8)可以看出,电流响应速度除了与电流调整幅度有关外,还与电源能够提供的最大电流  $i^*$  有关. 假设磁悬浮系统的工作电流为  $i_w$ ,调整幅度为  $i_d < i_w < i_u$ ,  $U^*$  对应的电流为  $i^* = i_{c,\min}$  ( $i_1 < i_0$ ) 或  $i^* = i_{c,\max}$  ( $i_1 > i_0$ ),为了保证系统的响应速度,要求电流调整时间不大于  $t_0$ .

当  $i_1 > i_0$  时,电流应以最快速度上冲,考虑极限情况,即  $i_0 = i_d$ ,  $i_1 = i_u$ ,其所用时间  $t$  应小于  $t_0$ ,故有

$$i_{c,\max} > \frac{i_u - i_d e^{-Rt_0/L}}{1 - e^{-Rt_0/L}} \quad (13)$$

式中:  $i_u$ 、 $i_d$  分别表示电流调整幅度的上、下限.

当  $i_1 < i_0$  时,电流应以最大速度下降,考虑极限情况,即  $i_0 = i_u$ ,  $i_1 = i_d$ ,有

$$i_{c,\min} < \frac{i_u + i_d - i_{c,\max}}{i_u - i_d} \quad (14)$$

由  $i_{c,\max}$  和  $i_{c,\min}$  可得到控制电压的 2 个边界  $U_{c,\max}$  和  $U_{c,\min}$ ,这就找出了控制系统电源对电流的调整范围以及电流响应时间的约束关系,而电流调整范围决定于磁悬浮系统动力学的要求,从物理意义上分析,增大  $i_{c,\max}$  和减小  $i_{c,\min}$  相当于增大了电流响应曲线斜率,从而减小了电流的响应时间.

## 3 磁悬浮小球控制实验

磁悬浮小球所用的电磁线圈由于带有铁心,因此使得自感较大,加上小球质量较小,从而导致其固有频率较高,使磁悬浮小球系统更容易受到干扰而引起失稳. 在磁悬浮领域中,磁悬浮小球系统对电流响应速度及响应精度的要求较高,因此以磁悬浮小球系统来研究本算法的有效性非常合适,实验台如图 3 所示.

实验中,  $R=12.10 \Omega$ ,  $L=90.13 \text{ mH}$ ,小球质量  $M=16.77 \text{ g}$ ,当  $i_w=0.5 \text{ A}$  时,对应的平衡位置为  $y=6.15 \text{ mm}$ .

### 3.1 电流响应实验

电流对小球平衡位置的影响非常大,由实验

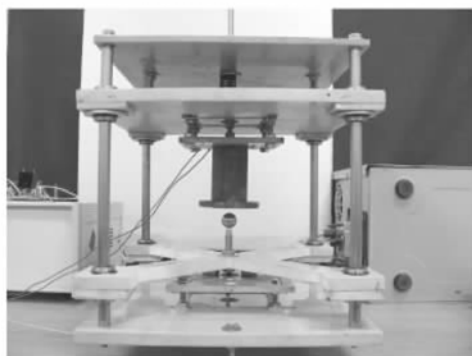
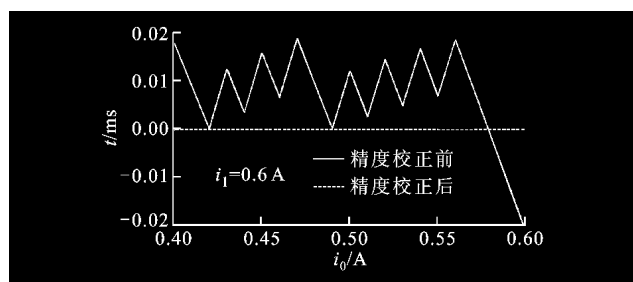


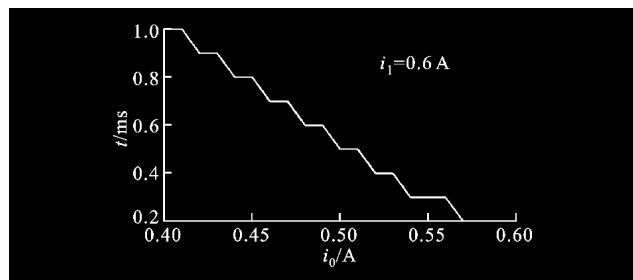
图3 磁悬浮系统实验台

测出电流改变了 0.064 A, 则平衡位置改变了 0.89 mm, 因此为了提高小球的磁悬浮精度, 电流调整范围不能太大. 对  $i_w$  (0.4~0.6 A) 进行电流响应实验, 要求调整时间不能大于 1 ms, 并选择采样周期为 0.1 ms.

由式(13)和式(14), 可得  $i_{c,\max} > 1.99$  A 和  $i_{c,\min} < -4.96$  A, 所以应选择能提供电流为  $\pm 5$  A 的放大器. 由于电流上升过程与下降过程对称, 因此只需研究电流的上升过程. 电流响应实验结果见图 4, 其中图 4a 为电流从  $i_0 \rightarrow i_1$  的跟踪误差对比, 图 4b 为电流从  $i_0 \rightarrow i_1$  的跟踪时间, 从图中可以看出, 只使用时间最优控制算法而不进行精度校正时, 最大电流跟踪误差竟达到 21 mA, 如果采用文献[6]所述的 PI 算法来校正误差, 则调整时间更长, 而使用三步法则几乎没有电流跟踪误差, 并且调整时间不大于 1 ms.



(a) 电流跟踪误差



(b) 电流调整时间

图4 电流响应实验曲线

### 3.2 磁悬浮小球幅频特性实验

根据文献[11-12], 使用超前校正可以使小球稳定, 然后令小球跟踪正弦输入信号, 对于不同的  $\omega$  值, 可以测出  $i(\omega)$  和  $y(\omega)$ , 从而可以得到磁悬浮小球的幅频特性(见图 5).

从图 5 中可以看出, 使用三步法后系统带宽增加了约 20 Hz, 2 条曲线的对比表明, 使用本文所述电流控制方法能够极大地增加系统带宽, 从而提高了系统的响应速度.

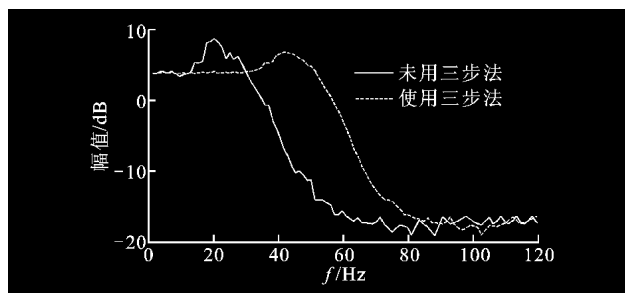


图5 磁悬浮小球幅频特性

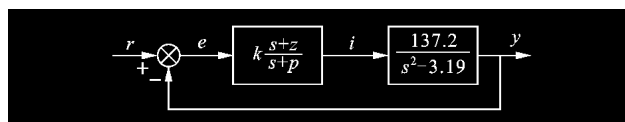
### 3.3 小球阶跃响应实验

从电流响应实验中可以看出, 采用三步法后大大提高了电流的响应速度和精度, 小球幅频特性实验也验证了采用三步法后系统响应速度有了明显提高. 如果采用三步法控制电流能够把电流环传递函数等效为 1, 则电感对系统的阻尼作用将大大减小.

取  $i_w = 0.5$  A, 对应的  $y = 6.15$  mm, 由文献[11-12]可推导出小球在平衡点附近的动力学传递函数为

$$G(s) = \frac{137.2}{s^2 - 3.19} \quad (15)$$

系统有一个右半平面极点, 因此须使用超前校正使根轨迹向左边移动, 将电流环等效为 1(见图 6).



$e, k, z, p$ : 分别表示控制器的位置偏差、增益、零点和极点

图6 磁悬浮小球控制框图

使用根轨迹方法来设计超前校正器的参数, 取  $z = (3.19)^{1/2}$ ,  $p = 5$ ,  $k = 0.11$ , 得系统有一对主导闭环极点  $s = -1.61 \pm 1.9j$ , 阻尼比  $\xi = 0.65$ , 稳态误差为 2.45, 加上前馈增益 0.408 后, 小球在 0.1 mm 的阶跃响应仿真曲线与实验结果如图 7 所示.

图 7 表明, 使用三步法后可以将电流环等效为 1, 从而有效地降低了电感对系统响应的阻尼.

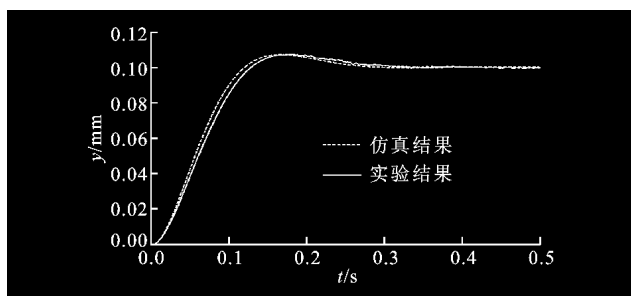


图7 小球阶跃响应仿真与实验曲线

## 4 结 论

针对磁悬浮系统高速高精度的控制要求,本文提出采用三步电流控制法来提高电流跟踪精度及响应速度,得出的结论如下。

(1) 将最优控制电压作用在磁悬浮线圈两端,使电流获得最快速的响应。同时,推导了电流调整幅度、调整时间与控制系统电源之间的约束关系。

(2) 在电流接近理想值的前一个采样周期,根据电流跟踪误差计算新的控制电压,使绕组电流能够精确地达到设定值。

(3) 对绕组参数进行在线辨识,并根据辨识结果调整控制电压,使电流能够稳定在理想值上。

磁悬浮小球电流跟踪、阶跃响应及幅频特性的实验表明,三步法可以大大提高电流的响应速度与精度,从而增加了系统的带宽及改善了系统性能,并且该算法还可以应用到其他电流控制场合。

## 参考文献:

- [1] Trumper D L, Olson S M, Subrahmanyam P K. Linearizing control of magnetic suspension systems[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 1997, 5(4):427-438.
- [2] Kwang S J, Yoon S B. Precision stage using a non-contact planar actuator based on magnetic suspension[J]. Mechatronics, 2003, 13(8/9):981-999.
- [3] 张德魁, 赵雷, 赵鸿宾. 电流响应速度及力响应速度对磁轴承系统性能的影响[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2001, 41(6): 23-26.  
Zhang Dekui, Zhao Lei, Zhao Hongbin. Effect of current response rate and force response rate on performance of magnetic bearing systems[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2001, 41(6):23-26.
- [4] 陈荣, 邓智泉, 严仰光. 永磁同步伺服系统电流环的设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(2): 220-225.
- [5] 程金路, 张承进. 自适应有限拍感应电机电流控制器设计[J]. 控制与决策, 2005, 20(10):1097-1102.  
Cheng Jinlu, Zhang Chengjin. Adaptive deadbeat current controller for induction machine drives[J]. Control and Decision, 2005, 20(10):1097-1102.
- [6] 李云钢, 柯朝雄, 程虎. 磁浮列车悬浮控制器的电流环分析与优化设计[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(1):94-97.  
Li Yungang, Ke Zhaoxiong, Cheng Hu. Analyzing and optimizing design of current-loop in the magnetic levitation controller on magnetical levitation vehicle[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(1):94-97.
- [7] Kawabata Y, Kawakami T, Sasakura Y, et al. New design method of decoupling control system for vector controlled induction motor[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 2004, 19(1):1-9.
- [8] Telford D, Dunnigan M W, Williams B W. A self-tuning regulator for induction machine vector control[C]//IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference. New York: IEEE Press, 2002:1463-1468.
- [9] 刘迎澍. 高速磁悬浮机床主轴的离散变结构控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(2): 304-308.  
Liu Yingshu. Discrete time variable structure control of high speed AMB-milling spindle[J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(2): 304-308.
- [10] 张天德, 张承慧. 一类基于先验信息的时变参数辨识算法[J]. 工程数学学报, 2000, 17(1):17-21.  
Zhang Tiande, Zhang Chenghui. A class of identification method based on a priori information for time varying process[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2000, 17(1):17-21.
- [11] 施建, 李黎川. 磁悬浮系统动力学参数的开环辨识[J]. 微细加工技术, 2004(2):72-76.  
Shi Jian, Li Lichuan. Open-loop identification of dynamics parameters of magnetic suspended system[J]. Microfabrication Technology, 2004(2): 72-76.
- [12] Hajjaji A E, Ouladsine M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2001, 48(4): 831-838.

(编辑 管咏梅)